

Spinoza Institute, Center for Extreme Matter and Emergent Phenomena,
Science Faculty, Utrecht University, Leuvenlaan 4, POBox 80.195, 3808TD, Utrecht

Gerard 't Hooft

Kwantummechanica en Cellulaire Automaten: *De CA Interpretatie*



1. Determinisme:

Alles of Niets – Een Duik in het Diepe

Theorie kan “beter” zijn dan klassieke mechanica

1a. Newton's theorie van de klassieke mechanica

maakt essentieel gebruik van *reële getallen*.

Voorbeeld van **chaos**:

$$x(t = 0) = 3.1415012345 \rightarrow$$

$$x(t = 1) = 3.1501234514 \rightarrow$$

$$x(t = 2) = 3.0123451415 \rightarrow \dots$$

Planetenstelsel:

Lyapunov exponent $\gamma^{-1} = \mathcal{O}(5 \text{ to } 50 \text{ miljoen jaar})$.

\Rightarrow waarschijnlijkheidsverdelingen.

Klassieke mechanica is een indeterministische theorie!

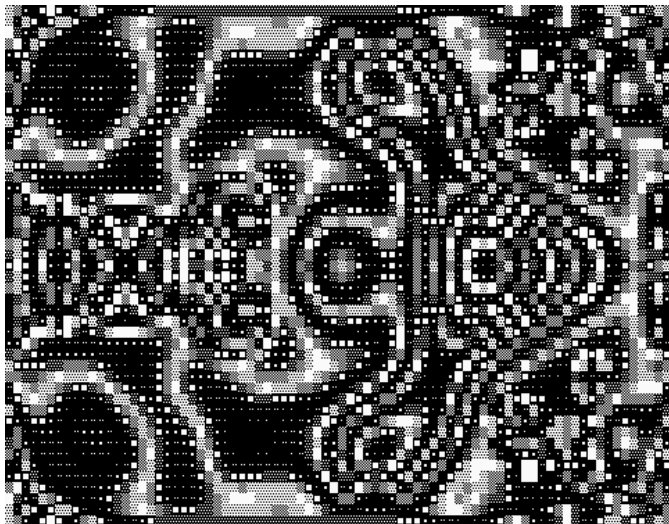
Maar het aantal orthonormale kwantumtoestanden in het Plancklengtegebied is

één binaire vrijheidsgraad per $7.243 \times 10^{-66} \text{ cm}^2$,

Ruimte en tijd vormen een **rooster**, waarop de data zijn gediscrètiseerd.

C.A. Theorie: op die schaal is onze wereld
volledig deterministisch

2. De Cellulaire Automaat



go to: in presentations → Wolfram Demonstrations

Een cellulaire automaat is een systeem van een D -dimensionaal rooster van 'cellen', waarin **data**, zoals **bits** en **bytes**, de **vrijheidsgraden** $\mathbf{B}(\vec{x}, t)$

De tijdsafhankelijkheid is een 'bewegingsvergelijking': als $t \rightarrow t + 1$ dan $\mathbf{B}(\vec{x}, t + 1)$ is een functie van $\mathbf{B}(\vec{x}', t)$ alleen als \vec{x} en \vec{x}' buren zijn.

De tijdsomkeerbare automaat:

De bits en bytes \mathbf{B} ondergaan een *permutatie* P

2a. Vereenvoudiging: Eindige automaat

Systeem dat N , verschillende toestanden kent,
 $(0), (1), (2), \dots, (N - 1)$. Deterministische evolutiewet:

Iedere tijdsstap $\delta t = 1$, geeft permutatie P , element van
permutation group P_N .

representatie van permutator P in vector ruimte:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 1 & 0 & & & & \\ 0 & 1 & & & & \\ 0 & & & & & \\ \vdots & & & \ddots & & \end{pmatrix}$$

schrijf als

$$P = U(\delta t) = e^{-iA}$$

$$A = H \delta t$$

Oplossing (zolang $U|\psi\rangle \neq |\psi\rangle$):

$$H = \frac{i}{\delta t} \log U = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{in \delta t} \left(U(n \delta t) - U(-n \delta t) \right).$$

H is de *Hamiltoniaan*

Dit is kwantummechanica!

3.

Dit is kwantummechanica. De Hamiltoniaan H staat hier in de ontologische basis.

De basiselementen zijn de ontologische toestanden $|1\rangle, \dots, |N\rangle$.

Schrödingervergelijking:

$$\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = -iH|\psi(t)\rangle .$$

Mag getransformeerd naar iedere *andere* basis.

\Rightarrow 'echte' kwantummechanica.

4. CAI

De Cellulaire Automaat-Interpretatie van de Kwantummechanica

“Onze wereld is een cellulaire automaat”

(maar wij kennen de details niet)

Cellulaire automaat heeft *lokaliteit*

De variabelen $B(\vec{x}, t)$ zijn ontologisch, ofwel *Beables*.

Beable Operatoren $\mathcal{B}_i(t)$ zijn kwantum operatoren die commuteren met elkaar: $[\mathcal{B}_i(t), \mathcal{B}_j(t')] = 0$ voor alle t, t', i en j .

4a. Het gebruik van templates.

De Schrödingervergelijking,

$$\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = -iH|\psi(t)\rangle ,$$

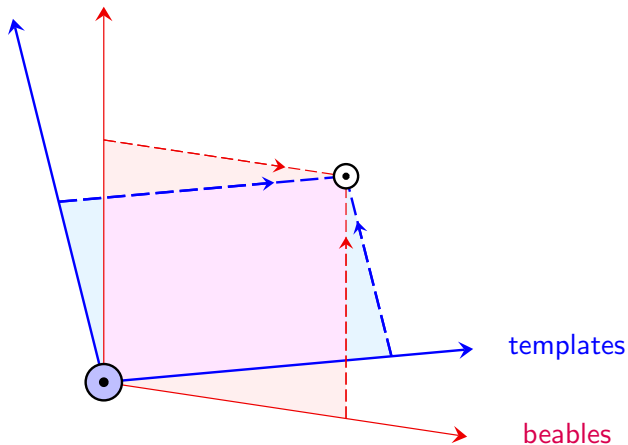
geldt in *iedere* basis.

Maar de golffuncties $|\psi(t)\rangle$ zijn nu superposities van ontologische toestanden. **Maar daar is niets verkeers mee.**

$|\psi\rangle$ is een template. Je krijgt nu wel interferentie.

Templates

Waterstofatoom, vlakke golven van in- en uit-deeltjes, etc.



4b. Lokaliteit:

De CA is lokaal, **Maar onze Hamiltoniaan is dat niet !!**
(De reeks convergeert wel, maar erg langzaam)

Krijgen we nu een niet-lokale QM uit een lokale hidden variable theorie?

Het is opvallend moeilijk een lokale Hamiltoniaan te vinden,
die niettemin naar beneden begrensd is.

Moeten we hier *kwantumgravitatie* gebruiken?

5. Klassieke toestanden



In ieder volume-element een minuscuul verschil in de statistische verdeling van de ontologische variabelen, t.o.v. vacuümtoestand.

Voldoende om zeer groot verschil te maken voor object als geheel.

Conclusie:

Klassieke observabelen zijn **diagonaal** in de ontologische basis!

Dan zullen wel **alle** klassieke objecten diagonaal zijn !!

5a. Collapse of the Wave function

Begin-toestand niet bekend. Daarom is die een **template**:

$$|\psi\rangle_{\text{in}} = \alpha_1|k_1\rangle + \alpha_2|k_2\rangle + \dots .$$

Wij kennen wel de Schrödingervgl. om de eindtoestand te vinden:

$$|\psi\rangle_{\text{out}} = \alpha_1 U|k_1\rangle + \alpha_2 U|k_2\rangle + \dots$$

$|k_1\rangle$, $|k_2\rangle$, \dots zijn ontologisch. Dus ook $U|k_1\rangle$, $U|k_2\rangle$ zijn ontologisch.

Orthogonaliteit: $\sum_i |\alpha_i|^2 = 1$ is behouden. Daarom kunnen alleen $|\alpha_i|^2$ als waarschijnlijkheden worden gebruikt. (Gleason's theorema)

In de begintoestand waren de (*onbekende*) $|\alpha_i|^2$ de *kansen* dat de ontologische toestanden $|k_i\rangle$ waren gerealiseerd.

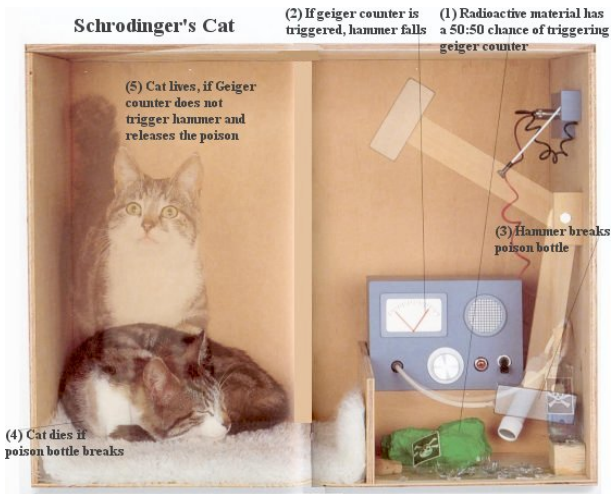
Nu zien we dat precies *dat* de waarschijnlijkheden zijn dat de klassieke, ontologische toestanden $U|k_i\rangle$ worden bereikt.

Daarom “klapt de golffunctie” **spontaan** “in elkaar” om een klassieke toestand te vormen (**terwijl Schrö-vgl van kracht blijft**)

Superposities zijn niet ontologisch, en evolueren daarom niet tot klassieke toestanden.

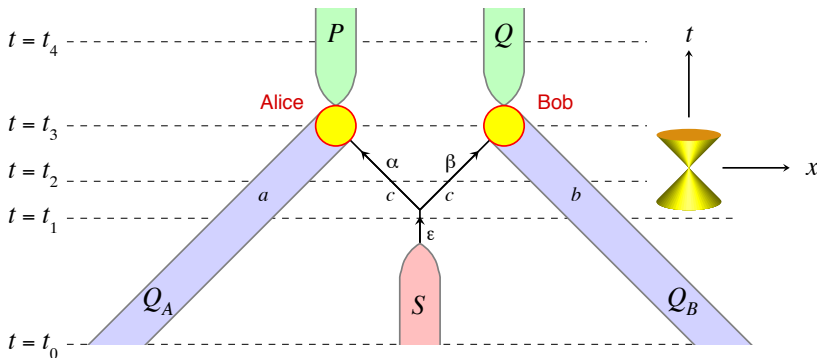
Geen enkele andere QM interpretatie heeft dat ...

De **Kat van Schrödinger** is ontologisch als hij dood is, ook als hij leeft, maar niet als hij in een superpositie is.



Bron: Wikipedia,
Christian Schirm - Own work

6. Waarom dit "allemaal fout" is: Bell's theorema



We hebben *3 - punts correlaties* nodig, bijvoorbeeld

$$W(a, b, c) \propto |\sin(2(a + b) - 4c)| \quad (\text{De Muizenkeutel-functie})$$

Maar Alice en Bob hebben *vrije wil*. Hoe kunnen hun acties gecorreleerd zijn met de bron S ten tijde $t = t_2 \ll t_3$?

Antwoord: **Die vrije wil hebben ze niet:** *superdeterminisme*.

Het Muizenkeutelbezwaar ...



Alice

en



Bob

tellen de muizenkeutels ...

Hoe zit dat volgens de CAI ?

We hebben de *ontologie-behoudswet* :

Ontologische toestanden evolueren in ontologische toestanden.

Ook als Alice een infinitesimale verandering in haar settings aanbrengt, kan zij alleen een ontologische toestand bereiken, orthogonaal op de vorige toestand.

Ontologische toestanden kunnen *ruimtelijk gecorreleerd* zijn.

Als Alice haar instelling verandert, maar Bob en de bron in dezelfde toestand blijven, kan de waarschijnlijkheid sterk veranderen.

Geen tegenspraak meer...

7. kwantum operatoren in een CA (Cellulaire Automaat)?

Neem het planetensysteem als *klassiek* dynamisch prototype.

Planeten zijn in “toestanden” $|\{\vec{x}_i, \vec{v}_i\}\rangle$

Evolutiewet is klassiek. Maar operatoren net als in QM :

De **Aarde - Mars verwissel-operator**, X_{EM}

De **Aarde - Mars verwissel-operator**, X_{EM} zet Mars waar de Aarde is en de Aarde waar Mars is.

$$X_{EM}^2 = 1 \quad \rightarrow \quad X_{EM} = \pm 1.$$

Kunnen we *meten* of $X_{EM} = +1$ of -1 ? Hoe evolueert X_{EM} ?

Geen 'counterfactual reality' : je kunt niet tegelijkertijd zowel de positie van de Aarde en/of Mars meten *en* de waarde van X_{EM} .

Is de CAI een *interpretatie* of een *theorie*?

We kennen de CA niet ...

Verdere verfijningen:

Gravitatie?

Informatieverlies (tijds on omkeerbaarheid ...)

arXiv: 1204.4926

arXiv: 1205.4107

arXiv: 1207.3612

arXiv: 1405.1548.

EINDE